



**Zadania na XXI Podkarpacki Konkurs Matematyczny  
im. Franciszka Lejki  
Poziom II**

(klasy drugie liceum i technikum)

Etap powiatowy

5 marca 2022 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Rozwiąż równanie  $2x^2 + 5y^2 + z^2 + 6x + 2xy + 9 = 4yz$ .
2. Hurtownik sprzedając zeszyty w cenie 2,4 złotego za sztukę, dziennie sprzedawał 300 sztuk. Zauważył, że przy obniżce ceny o 1 grosz sprzedaż rośnie o 10 sztuk. Hurtownik kupuje zeszyty od producenta po 1,8 złotego za sztukę. Przy jakiej cenie zeszytu za sztukę dzienna sprzedaż przyniesie największy zysk? Ile ten maksymalny zysk wynosi?
3. Wykaż, że jeżeli  $b = a + 1$  oraz  $c = ab$  i  $d = ab + 1$ ,  
to  $a^2 + b^2 + c^2 = d^2$ .
4. Stosunek długości środkowych poprowadzonych z wierzchołków kątów ostrych trójkąta prostokątnego wynosi:  $\frac{\sqrt{73}}{2\sqrt{13}}$ . Oblicz stosunek długości promieni okręgów wpisanego i opisanego na tym trójkącie.
5. Napis  $FOUR + FIVE = NINE$  jest kryptarytmem – to znaczy, że da się podmienić każdą z liter w nim występujących na cyfrę (w zapisie dziesiętnym) tak, aby różnym literom odpowiadały różne cyfry, ta sama litera zawsze odpowiadała tej samej cyfrze, a powstałe równanie było poprawne.  
Ponadto, pewne podstawienie cyfr za litery spełnia dodatkowe warunki: liczba  $FOUR$  jest podzielna przez cztery, liczba  $FIVE$  jest podzielna przez pięć i liczba  $NINE$  jest podzielna przez trzy.  
Jaka liczba kryje się pod napisem  $NINE$  w tym podstawieniu?

Powodzenia!